ПРЕДИКАТ

ПРЕДИКАТ (от позднелатинского praedicatum – сказанное), языковое выражение, обозначающее к.-л. свойство («быть человеком» – одноместный П.) или отношение, т. е. свойство двух, трёх, n предметов («быть отцом» – двухместный П., «находиться между» – трёхместный П. и т. д.).

В математич. логике П. – высказывательная функция, определённая на некотором множестве M, т. е. такая n-местная функция P, которая каждому упорядоченному набору $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$ элементов множества M сопоставляет некоторое высказывание, обозначаемое $P(a_1, \ldots, a_n)$; P называется n-местным П. на M. Под 0-местным П. понимается произвольное высказывание.

В математич. логике высказывание обычно отождествляется с его истинностным значением 1 («истина») или 0 («ложь»). При этом понятие «П.» получает следующее, наиболее общее определение: n-местным П. на множестве M называется произвольная n-местная функция, определённая на M и принимающая значения 0 и 1. Если на наборе значений аргументов $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$ П. P принимает значение 1, т. е.

$P(a_1, \ldots, a_n) = 1$, то говорят, что этот набор значений удовлетворяет П.

P, а П.

P выполняется для набора

$\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$. П. называется тождественно истинным, если он выполняется для любого набора значений своих аргументов, и тождественно ложным, если никакой набор не удовлетворяет этому предикату. П. называется выполнимым, если он выполняется хотя бы для одного набора значений аргументов. Множество тех наборов значений аргументов, которые удовлетворяют данному П., называется областью истинности этого предиката.

С помощью логич. операций из данных П. можно строить более сложные П. Наряду с теми логич. операциями, которые действуют и над высказываниями, для образования новых П. из уже имеющихся применяются *кванторы*. Применение квантора всеобщности

$\forall x_i$ к П.

$P(x_1, \ldots, x_n)$, где

$1 \leqslant i \leqslant n$, даёт

$(n-1)$-местный П.

$\forall x_i P(x_1, \ldots, x_n)$, который набору

$\langle a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n \rangle$ сопоставляет высказывание, истинное тогда и только тогда, когда для любого значения

a переменной

x_i истинно высказывание

$P(a_1, \ldots, a_{i-1}, a, a_{i+1}, \ldots, a_n)$. Квантор существования

$\exists x_i$ в применении к П.

$P(x_1, \ldots, x_n)$ при

$1 \leqslant i \leqslant n$ даёт

$(n-1)$-местный П.

$\exists x_i P(x_1, \ldots, x_n)$, который набору

$\langle a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n \rangle$ сопоставляет высказывание, истинное тогда и только тогда, когда хотя бы для одного значения

a переменной

x_i истинно высказывание

$P(a_1, \ldots, a_{i-1}, a, a_{i+1}, \ldots, a_n)$.

Исследованием связей между П., определяемых их логич. структурой, занимается *логика предикатов*.